

*Activando la Resolución de Problemas en las Aulas*

# La Resolución de Problemas en el Aula de Matemática

Patricio Felmer  
Universidad de Chile  
CMM-CIAE

Seminario PEL  
Santiago, Octubre de 2017

# Activando la Resolución de Problemas en las Aulas

Activando la  
Resolución de  
Problemas en  
las Aulas

ARPA

# ARPA

---

ARPA es una Iniciativa de Investigación y Desarrollo que tiene como propósito, incorporar la Resolución de Problemas en las aulas y así mejorar el aprendizaje de la matemática en el país, en distintos niveles educacionales

# La Evaluación Formativa

## La evaluación formativa...

---

La Evaluación Formativa, es una actividad sistemática y continua, que tiene por objeto proporcionar la información necesaria sobre el proceso educativo, para reajustar sus objetivos, revisar críticamente los planes, los programas, los métodos y recursos, orientar a los/las estudiantes y retroalimentar el proceso mismo (portal Educando)

## La evaluación formativa...

---

Los docentes que participan en evaluaciones formativas dan retroalimentación continua y explícita a los estudiantes y les ayudan a contestar las siguientes preguntas

1. ¿A dónde voy?
2. ¿Dónde estoy ahora?
3. ¿Cómo puedo acercarme a donde quiero llegar?

Con el fin de mostrar a los estudiantes cómo cerrar la brecha entre dónde están académicamente y donde quieren estar, los docentes deben ayudar a los estudiantes a evaluar su progreso en el proceso de aprendizaje y darles una retroalimentación explícita y descriptiva específica de la tarea de aprendizaje (portal LEARN NC)

## La evaluación formativa...

---

A la vista de estas definiciones,  
la evaluación formativa es difícil,  
podríamos decir una tarea titánica  
intimidante

- ¿Se hace evaluación formativa en nuestras aulas?
- ¿Se aprende sobre evaluación formativa en nuestras escuelas de pedagogía?
- ¿Se aprende a realizar evaluación formativa en nuestras escuelas de pedagogía?

# ARPA

---

La unidad de trabajo clave para incorporar la resolución de problemas en el aula es la

## **Actividad de Resolución de Problemas en el Aula**

## ¿Qué es un ARPA?

---

La Actividad de Resolución de Problemas en el Aula, ARPA, es la unidad de trabajo básica para el uso de la Resolución de Problemas en el aula, es una clase. El elemento central del ARPA es el *problema*, que es el que define la actividad matemática que realizarán los estudiantes.

En el ARPA se distinguen cuatro instancias: *entrega*, *activación*, *consolidación* y *discusión*. La primera y última instancia se desarrollan con el curso completo y las otras dos en grupos elegidos al azar

## ¿Qué es un ARPA?

---

Usualmente un ARPA dura 45 minutos, sin embargo la duración del ARPA es variable, de acuerdo a la planificación y de acuerdo a las condiciones, objetivos, etc.

Un ARPA exitoso permitirá a todos los estudiantes resolver el problema. ¡Sí, a todos! Posiblemente algunos estudiantes resolverán solo la versión original del problema y otros una versión con extensiones.

Esto es muy importante pues al final del ARPA todos los estudiantes deben sentir que pudieron resolver el problema planteado.

## ¿Que todos los estudiantes resuelvan el problema?

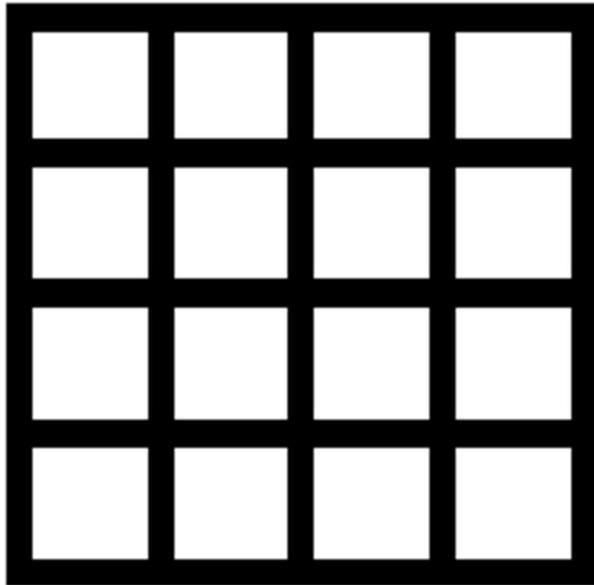
---

¿Qué entendemos por problema?

Un problema es una actividad matemática para la cual la persona que la enfrenta no conoce un procedimiento que le conduzca a la solución, esta tiene interés en resolverlo, le supone un desafío y siente que lo puede resolver. Un problema puede estar planteado en un contexto matemático o no matemático.

# ¿Que todos los estudiantes resuelvan el problema?

## Los cuadraditos



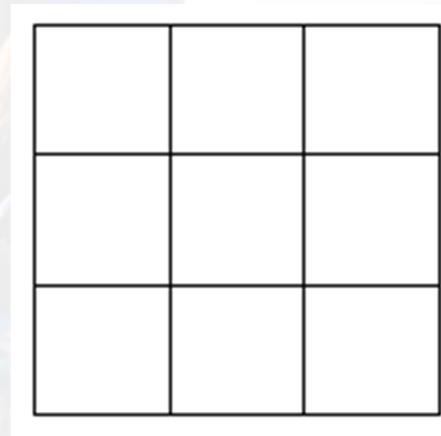
¿Cuántos cuadraditos  
puedes contar?

## ¿Que todos los estudiantes resuelvan el problema?

### Simplificación del problema:

Es un problema con características similares al problema original pero más simple. Su solución ayuda a comprender el problema original. Por ejemplo en el problema de los cuadraditos una simplificación puede ser

¿y si el cuadrado es de 3x3?



## ¿Que todos los estudiantes resuelvan el problema?

---

**Una extensión del problema:** Es un problema con características similares al problema original, pero más complejo, que va más allá del problema original, convirtiéndolo nuevamente en un desafío para quienes ya han resuelto el problema original. Por ejemplo: En el problema de los cuadraditos una extensión sería

¿y si el cuadrado fuera de  $5 \times 5$ ?

## ¿Cómo se desarrolla un ARPA?

---

En un ARPA se distinguen cuatro etapas:

- Entrega
- Activación
- Consolidación
- Discusión Plenaria

## Entrega

---

Realizar trabajo en grupo al azar

Proponer problemas (actividades) desafiantes

Promover que los estudiantes inicien el trabajo en el problema (actividad) de manera autónoma

Promover el trabajo en grupo en colaboración

## Activación

---

Hacer simplificaciones y extensiones del problema  
(actividad)

Promover el trabajo en grupo en colaboración

Interactuar con los estudiantes en base a preguntas

## Consolidación

---

Hacer simplificaciones y extensiones del problema (actividad)

Interactuar con los estudiantes en base a preguntas

Preguntar cómo y porqué

Hacer una pregunta o proponer un problema para que los estudiantes profundicen su razonamiento

## Discusión Plenaria

---

Seleccionar intencionadamente a los expositores en plenarias

Realizar plenarias para desarrollar la habilidades de razonamiento y comunicación

Estimular la interacción de los estudiantes en plenaria

# Todos estos ocurren durante un ARPA

---

- Realizar trabajo en grupo al azar
- Proponer problema desafiante
- Promover que los estudiantes inicien las actividades de manera autónoma
- Promover el trabajo en grupo en colaboración
- Hacer simplificaciones y extensiones del problema
- Interactuar con los estudiantes en base a preguntas
  - Preguntar cómo y porqué
  - Hacer preguntas o proponer actividades para que los estudiantes profundicen su razonamiento
- Seleccionar intencionadamente a los expositores en plenarias
- Realizar plenarias para desarrollar la habilidades de razonamiento y comunicación
- Estimular la interacción de los estudiantes en plenaria

## Artefactos Pedagógicos

---

Los elementos de ARPA que mencionamos los llamamos artefactos pedagógicos y se pueden usar en cualquier instancia pedagógica, sea en aula, en el taller, en el laboratorio, durante una visita académica...

Profundicemos en los artefactos marcados...

## Realizar trabajo en grupo al azar

Cada vez que hay que realizar un trabajo en grupo, elegir los miembros de cada grupo al azar. Para ello puede utilizar una gran variedad de estrategias como naipes, tarjetas de colores, tarjetas con formas especiales, aplicaciones en el celular, etc.



## Promover el trabajo en grupo en colaboración

---

El docente incentiva que sus estudiantes inicien en forma conjunta la discusión de la actividad o tarea y que en conjunto la aborden, compartiendo propuestas e ideas, de modo de llegar de manera conjunta a la solución o término de la actividad.

De esta forma los estudiantes discuten sobre el problema, proponen ideas, desechan ideas, hacen cálculos, dibujos, encuentra errores, se corrigen entre ellos, explican, preguntan...

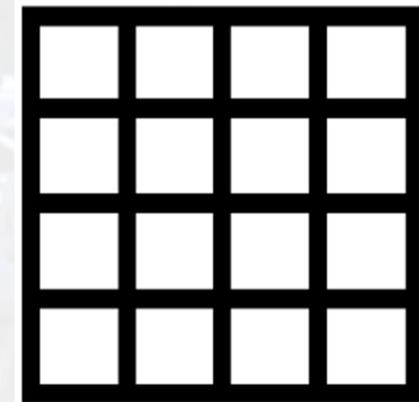
## Promover el trabajo en grupo en colaboración



Luis ¿puedes explicar a tus Compañeros en qué consiste el problema?

¿qué van a hacer en este problema? ¿cuál es la estrategia que van a intentar para resolver el problema?

Marcela ¿puedes contarle a tus compañeros lo que estas pensando?



## Interactuar con los estudiantes en base a preguntas

---

Cada vez que un grupo tiene una pregunta, una duda, el docente tiene la oportunidad de ayudar al grupo a descubrir la respuesta o ayudarlo a buscar la respuesta más allá del ámbito en que esta se encuentra. Para ello el docente hace una pregunta de vuelta, dejando la responsabilidad con el estudiante. Al darle la respuesta al estudiante le quitamos la posibilidad (la alegría y la satisfacción) de encontrarla por si mismo. Por ejemplo:

- Cuando los estudiantes no comprenden el problema que deben realizar, el docente hace una pregunta relacionada con el problema
- Para que los estudiantes descubran un error en un cálculo, argumento o razonamiento el docente hace una pregunta para que los estudiantes descubran por si mismos el error.

## Interactuar con los estudiantes en base a preguntas

Grupo: No entendemos el problema...

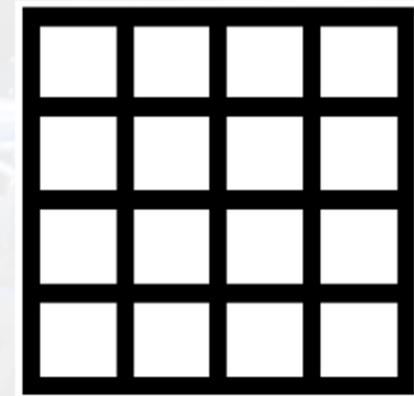
Chicos ¿pueden mostrarme un cuadrado pequeño? ¿uno más grande? ¿es posible contarlos todos?

Grupo: contamos 17 cuadraditos  
¿hay cuadrados medianos?

Grupo: Hay 29 cuadraditos  
Cuéntenme ¿cómo los contaron?

¿están seguros?

¿Como lo hicieron?



## Preguntar cómo y porqué

---

Cuando los estudiantes dan una solución al problema el docente pregunta ¿cómo lo hicieron? O pide descripción de los pasos realizados para encontrar la solución. Cuando esto se logra, pregunta ¿porqué puedes hacer este paso? ¿puedes explicar porqué está correcto? ¿Puedes decir si es la única solución? ¿Por qué?

## Preguntar cómo y porqué

Grupo: ¡Encontramos 30 cuadraditos!  
¿Seguros que no hay más?  
Cuéntenme ¿cómo los contaron?

Pedro: Son 30 cuadraditos profe  
Ahhh, y tu Juan ¿puedes mostrarme tu cómo lo hicieron?

¿Puedes ordenar la forma de contar los cuadraditos?

Grupo: ¡ya lo hicimos!

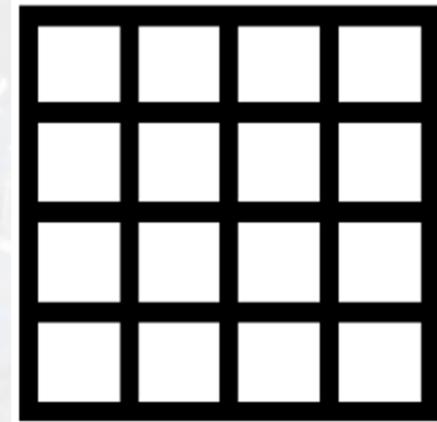
de  $1 \times 1 = 16$

de  $2 \times 2 = 9$

de  $3 \times 3 = 4$

de  $4 \times 4 = 1$

¿pueden decir algo de estos números? ¿porqué?



## **Hacer preguntas o proponer actividades para que los estudiantes profundicen su razonamiento**

Cuando un estudiante (grupo) presenta un razonamiento, un descubrimiento o alguna tarea realizada en forma correcta, el docente puede hacer una pregunta para que el estudiante (grupo) profundice en su comprensión, para que extienda la actividad o para que quede con la inquietud de ir más allá en sus conocimientos.

# Hacer preguntas o proponer actividades para que los estudiantes profundicen su razonamiento

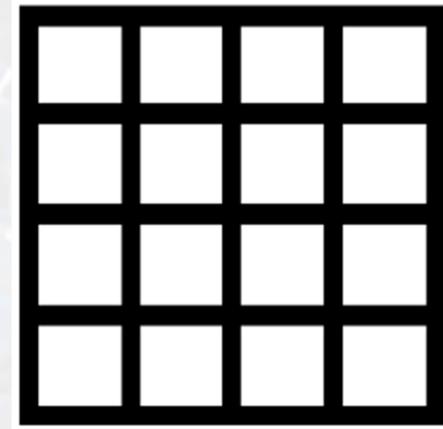
Grupo: ¡mire lo que encontramos  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$  profesora!  
Y ¿Cuántos cuadraditos hay si tenemos un cuadrado de  $5 \times 5$ ?

Grupo:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$  ¡encontramos el patrón!  
¿Qué representa  $2^2$ ?

¿Cuántos cuadraditos hay si tenemos un cuadrado de  $n \times n$ ?

¿puedes encontrar una fórmula?

¿cuántos rectángulos puedes contar?



## Activando la Resolución de Problemas en las Aulas

... algunas fotos

# El docente interactúa con los grupos



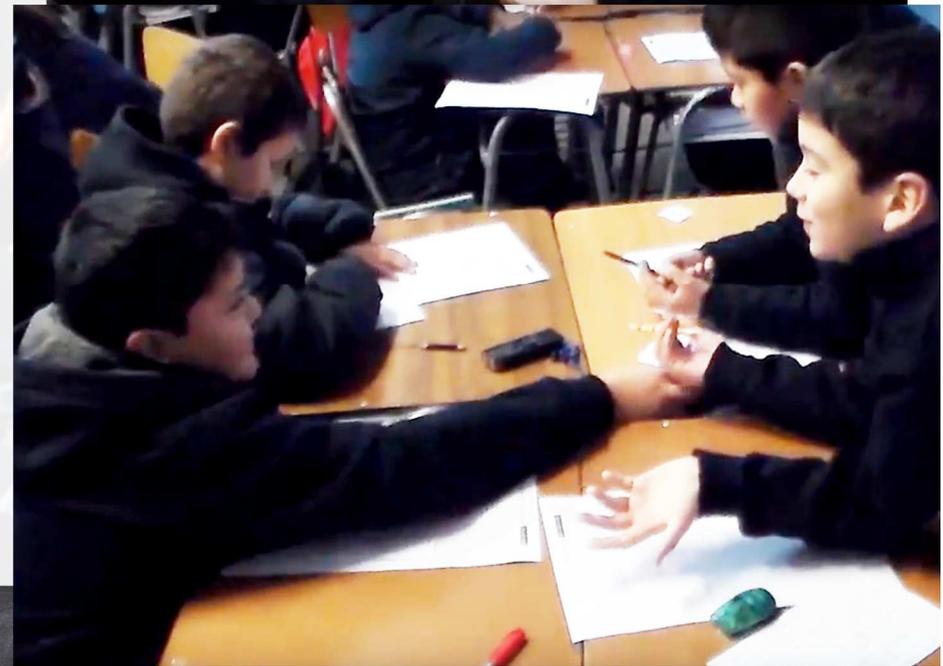
El docente pregunta  
El docente escucha  
Los estudiantes explican

El docente anima y entusiasma



## Los estudiantes interactúan entre sí

Los estudiantes explican, preguntan, descubren errores, conjeturan...



## **Volvamos a la Evaluación Formativa**

---

¿Hubo evaluación formativa en la realización del ARPA?

## La evaluación formativa...

---

Los docentes que participan en evaluaciones formativas dan retroalimentación continua y explícita a los estudiantes y les ayudan a contestar las siguientes preguntas

1. ¿A dónde voy?
2. ¿Dónde estoy ahora?
3. ¿Cómo puedo acercarme a donde quiero llegar?

Con el fin de mostrar a los estudiantes cómo cerrar la brecha entre dónde están académicamente y donde quieren estar, los docentes deben ayudar a los estudiantes a evaluar su progreso en el proceso de aprendizaje y darles una retroalimentación explícita y descriptiva específica de la tarea de aprendizaje (portal LEARN NC)

## La evaluación formativa...

---

La evaluación formativa es un proceso en el cual profesores y estudiantes comparten metas de aprendizaje y evalúan constantemente sus avances en relación a estos objetivos. Esto se hace con el propósito de determinar la mejor forma de continuar el proceso de enseñanza y aprendizaje según las necesidades de cada curso. El enfoque de evaluación formativa considera la evaluación como parte del trabajo cotidiano del aula y la utiliza para orientar este proceso y tomar decisiones oportunas que den más y mejores frutos a los estudiantes.  
(Agencia de la Calidad de la Educación)

## La evaluación formativa...

---

¿Se puede usar la realización de ARPA para sacar más provecho a la evaluación formativa?

# La resolución de problemas...

---



## Cuando los estudiantes resuelven un problema

---

...se sienten felices de haberlo resuelto,  
se sienten orgullosos,  
sienten que fue un logro individual y del equipo.  
Los estudiantes aprenden  
y quieren ir por más.

**Muchas gracias por su atención**

[www.arpamat.cl](http://www.arpamat.cl)